

ENTENDENDO O PROBLEMA (parte mais importante)

Familiarize-se com o problema: Leia várias vezes até entender e visualizar o problema como um todo, de modo tão claro e vívido quanto possível. Não se preocupe com os detalhes nesse momento, busque manter na sua mente o propósito do problema. Depois de estar familiarizado com o todo, procure **entender todos os detalhes**. Classifique o problema em **encontrar/provar**¹⁵⁴.

O que é desconhecido?²¹⁴ **Quais são os dados?**²¹⁴ **Quais são as condições?**⁷² Qual é a incógnita? O que está sendo solicitado? O que você deve encontrar e/ou procurar? Explique o problema com suas próprias palavras, identificando essas partes principais.

Desenhe uma figura/esquema¹⁰³, introduzindo uma **notação adequada**¹³⁴. Atenção aos termos utilizados.

Separe e entenda as várias partes das condições¹⁷³. Isole as partes principais, escreva-as, e considere-as uma a uma e em várias combinações, relacionando cada detalhe com outros detalhes, e cada uma com o todo do problema.

É possível satisfazer as condições?¹²² As condições são suficientes para determinar o desconhecido? Ou são insuficientes? Ou são **redundantes**?⁷² Ou são **contraditórias**?⁷²

ELABORANDO UM PLANO (parte mais difícil)

Encontre a conexão entre os dados e o desconhecido através das condições: Você terá um plano quando estabelecer, pelo menos em esboço, uma **idéia correta**⁵⁸ e que cálculos e construções deve realizar para solucionar o problema. Você pode ser obrigado a considerar **problemas auxiliares**⁵⁰ se uma conexão imediata não puder ser encontrada.

Você já viu isso antes?¹¹⁰ Você já viu o mesmo problema em uma forma ligeiramente diferente?

Você conhece um problema relacionado?⁹⁸ Você conhece algum teorema, equação ou fórmula que pode ser útil?

Olhe para o desconhecido!¹²³ Pense em um problema familiar que tem o mesmo desconhecido ou um desconhecido semelhante.

Aqui está um problema relacionado com o seu e já resolvido antes:¹¹⁰ Você poderia usar? Poderia usar seus resultados? Poderia usar seus métodos? Você poderia introduzir **elementos auxiliares**⁴⁶ que possam tornar seu uso possível?

Você pode recolocar o problema em outros termos?²⁰⁹ Poderia recolocá-lo de outro modo diferente? Poderia pensar em **variações** do problema? **Volte às definições**⁸⁵.

Se você não puder resolver o problema proposto, tente resolver primeiro algum problema relacionado:¹¹⁴ Você consegue imaginar algum problema relacionado mais acessível? Um problema com maior **generalização**¹⁰⁸? Um problema mais **específico**¹⁹⁰? Um problema **análogo**³⁷? Um problema **simétrico**¹⁹⁹? Você consegue **decompor/recombinar**⁷⁵? Você consegue resolver parte do problema? Mantenha uma parte das condições e remova as outras: ficou mais claro? Como o desconhecido pode variar, até que ponto ele vai? Você consegue **derivar algo útil dos dados**⁷³? Você consegue pensar em outros dados apropriados para determinar o desconhecido? Você pode alterar o desconhecido, os dados ou ambos, de forma que os novos valores estejam mais próximos entre si? Você pode trabalhar **de trás para frente**²²⁵?

Você usou todos os dados?⁹⁵ Usou todas as condições? Levou em consideração todas as noções essenciais envolvidos na problema?

REALIZANDO O PLANO (parte mais fácil)

Execute o plano elaborado⁶⁸. Estabeleça as **equações necessárias**¹⁷⁴ e tente resolver algebricamente antes de numericamente. Ao executar o plano, **verifique cada passo** (de modo intuitivo ou formal) para ter certeza de que está correto (algébrica e numericamente). Você pode ver claramente se cada passo está correto? Você pode provar se cada passo está correto?

OLHANDO PARA TRÁS (a parte de fixação do aprendizado)

Examine a solução obtida: avalie criticamente e tenha clareza do que você aprendeu com esse problema. Olhe para trás, a partir da solução completa, reconsidere e reexamine o resultado e os caminhos e métodos que levaram até a solução.

Você consegue checar os resultados?⁵⁹ Você consegue checar os argumentos?

Você consegue derivar os resultados de forma diferente?⁶¹ Você consegue ver isso de relance, intuitivamente? Você pode melhorar a solução? Você pode melhorar seu entendimento da solução?

O que ocorreria se os dados e/ou condições variassem? O que ocorreria se aumentassem? Se diminuíssem? Se fossem zero ou valores negativos? O que ocorreria se os dados estivessem expressos em unidades ou ordens de magnitudes diferentes? As ordens de magnitude e unidades obtidas estão corretas? Faça uma **análise dimensional**²⁰².

Você pode usar os resultados e/ou os métodos em algum outro problema?⁶⁴ Generalização, especialização, analogia, decomposição, recombinação, adição de novos elementos, intercâmbio de papéis?

Você consegue dar uma interpretação concreta se o problema for abstrato? Consegue criar novos problemas?

COMPLEMENTO AO HOW TO SOLVE IT

Descubra o que é heurística:

Heuristic¹¹², **Pappus**¹⁴¹, **Descartes**⁹², **Leibnitz**¹²³, **Bolzano**⁵⁷, **Heuristic reasoning**¹¹³, **Modern heuristic**¹²⁹, **Terms, old and new**²⁰⁰, **Rules of discovery**¹⁷², **Wisdom of proverbs**²²¹.

Descubra como os diversos tipos de problemas podem ser solucionados:

Problems to find, problems to prove¹⁵⁴, **Routine problem**¹⁷¹, **Practical problems**¹⁴⁹, **Puzzles**¹⁶⁰.

Descubra o que seu professor espera e saiba o que você, como estudante, deve fazer:

The traditional mathematics professor²⁰⁸, **Diagnosis**⁹⁴, **Rules of teaching**¹⁷³, **Rules of style**¹⁷², **The intelligent reader**²⁰⁷, **The intelligent problem-solver**²⁰⁶, **Pedantry and mastery**¹⁴⁸, **The future mathematician**²⁰⁵.

Aprenda a verificar seu progresso e prepare-se psicologicamente para resolver problemas:

Progress and achievement¹⁵⁷, **Signs of progress**¹⁷⁸, **Determination, hope, success**⁹³, **Subconscious work**¹⁹⁷.

Aprenda algo sobre os problemas que exigem a prova de algo:

Why proofs?²¹⁵, **Lemma**¹²³, **Corollary**⁷³, **Reductio ad absurdum and indirect proof**⁶², **Induction and mathematical induction**¹¹⁴, **Inventor's paradox**¹²¹.

Para um guia de leitura e estudo detalhado do método de Polya, veja:

<https://www.abrantes.pro.br/2021/07/18/guia-para-a-leitura-do-how-to-solve-it/>